PART4　2 直線の関係

要点 ①　2 直線の関係

2 直線が平行ならば，その傾きは等しく，逆に傾きが等しければ 2 直線は平行である。
ここでは，2 直線が垂直になるときを考える。

2 直線の方程式を $l_1 : y=m_1x+n_1$，$l_2 : y=m_2x+n_2$ とする。l_1 と l_2 が垂直となるのは，それぞれの直線に平行で原点 O を通る 2 直線 $y=m_1x$，$y=m_2x$ が垂直になるときである。

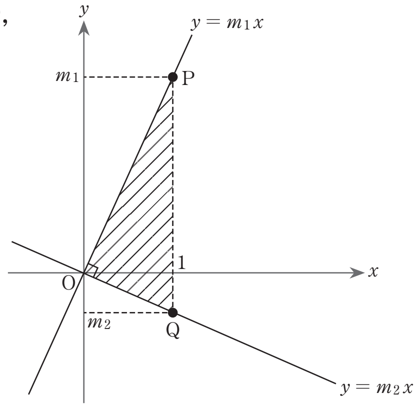
2 直線 $y=m_1x$ と $y=m_2x$ 上にそれぞれ点 P(1,　　)，Q(1,　　) をとる。三平方の定理により

$$\mathrm{PQ}^2=\mathrm{OP}^2+\mathrm{OQ}^2$$

$$(\qquad\quad)^2=(\qquad\quad)+(\qquad\quad)$$

$$m_1{}^2-2m_1m_2+m_2{}^2=1+m_1{}^2+1+m_2{}^2$$

よって



したがって，2 直線 l_1，l_2 が垂直ならば，
$m_1m_2=-1$ が成り立つ。

逆に，$m_1m_2=-1$ ならば，2 直線 l_1，l_2 は垂直である。

一般に，次のことが成り立つ。

2 直線の平行と垂直

2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ について

2 直線が平行　$\Longleftrightarrow$　$m_1=m_2$

2 直線が垂直　$\Longleftrightarrow$　$m_1m_2=-1$

例　点(1，3)を通り，直線 $y=2x-4$ に平行な直線 l_1，垂直な直線 l_2 の方程式をそれぞれ求める。

直線 l_1 の傾きは　である。よって，直線 l_1 の方程式は

$$y-3=2(x-1)\qquad y=2(x-1)+3 \quad より \quad y=2x+1$$

直線 l_2 の傾きを m とすると　　　　　　より $m=-\dfrac{1}{2}$

よって，直線 l_2 の方程式は

$$y-3=-\frac{1}{2}(x-1)\qquad y=-\frac{1}{2}(x-1)+3 \ より\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$$

[MEMO]

4　点 $(5,\ 2)$ を通り，直線 $x+3y+1=0$ に平行な直線 l_1，垂直な直線 l_2 の方程式をそれぞれ求めよ。

Point Pickup

2 直線の平行と垂直

2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ について

2 直線が平行 $\iff$ $m_1=m_2$　（傾きが等しい）

2 直線が垂直 $\iff$ $m_1m_2=-1$　（傾きの積が -1）

第 5 講　PART4 確認問題

次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。答えは①～④のうちから選べ。

1　点 $(2,\ 3)$ を通り，直線 $2x+y-1=0$ に平行な直線 l

ア

①　$y=2x-1$　　②　$y=-2x+7$

③　$y=\dfrac{1}{2}x+2$　　④　$y=-\dfrac{1}{2}x+4$

2　点 $(2,\ 3)$ を通り，直線 $2x+y-1=0$ に垂直な直線 l

イ

①　$y=2x-1$　　②　$y=-2x+7$

③　$y=\dfrac{1}{2}x+2$　　④　$y=-\dfrac{1}{2}x+4$

PART4 2 直線の関係

4 点 $(5,\ 2)$ を通り，直線 $x+3y+1=0$ に平行な直線 l_1，垂直な直線 l_2 の方程式をそれぞれ求めよ。

[解答]

直線 $x+3y+1=0$ の傾きは $-\dfrac{1}{3}$

直線 l_1 の傾きは $-\dfrac{1}{3}$ である。よって，直線 l_1 の方程式は

$$y-2=-\frac{1}{3}(x-5) \qquad y=-\frac{1}{3}(x-5)+2 \quad \text{より} \quad y=-\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$$

直線 l_2 の傾きを m とすると $\left(-\dfrac{1}{3}\right)\cdot m=-1$ より $m=3$

よって，直線 l_2 の方程式は

$$y-2=3(x-5) \qquad y=3(x-5)+2 \quad \text{より} \quad y=3x-13$$

第 5 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

直線 $2x+y-1=0$ の傾きは -2 より，この直線と平行である直線 l の傾きは -2 である。[A]

直線 l は点 $(2,\ 3)$ を通るから，その方程式は

$$y-3=-2(x-2)$$

$$y=-2(x-2)+3$$

よって　$\boldsymbol{y=-2x+7}$

[A]　2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ について
　2 直線が平行　$\Longleftrightarrow$　$m_1=m_2$

2

[正解] イ：③

[解説]

直線 $2x+y-1=0$ の傾きは -2 である。

この直線と垂直である直線 l の傾きを m とすると

$$(-2)\cdot m=-1$$ [B]

これより　$m=\dfrac{1}{2}$

直線 l は点 $(2,\ 3)$ を通るから，その方程式は

$$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y=\frac{1}{2}(x-2)+3$$

よって　$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}x+2}$

[B]　2 直線 $y=m_1x+n_1$，$y=m_2x+n_2$ について
　2 直線が垂直　$\Longleftrightarrow$　$m_1m_2=-1$